

課題設計原理はデザイン研究の理論的目的にいかに関与するか —プラクセオロジーと理論要素の視点から—

How Task Design Principles Contribute to the Theoretical Aim of Design Research: From Perspectives of Praxeologies and Theory Elements

真野祐輔 宮川健
広島大学 早稲田大学

要 約

デザイン研究には指導の改善を目指す実践的目的とそうした指導・学習過程の理解や解明を目指す理論的目的がある。本稿の目的は、課題設計原理を生み出す研究活動に注目し、いかなる研究活動がデザイン研究の理論的貢献を可能にするのかを明らかにすることである。本稿は第10回春期研究大会での発表（宮川・真野，2022）に続くものであり、プラクセオロジーと理論要素の視点から、実際に課題設計原理を開発した研究事例を分析する。

キーワード：デザイン研究，課題設計原理，理論要素

1. はじめに

本課題研究は、課題設計原理の開発を目指す研究プロジェクトの一端であり、その研究枠組みはデザイン研究を基盤としている（小松，2023）。数学教育学におけるデザイン研究は、指導・学習に関する開発と実証的な教育研究を合わせた方法論であり、そこには実践的目的と理論的目的という2つの目的が含まれる。この両者の目的は全く性格が異なるとの指摘がある（Prediger, 2019）。実践的目的においては、あ

る内容の指導・学習を設計して授業改善を目指し、理論的目的においては、そうした指導・学習の過程を理解するための実証的研究によって理論的貢献を生み出すのである。

われわれの研究プロジェクトにおける課題設計原理(task design principles)とは「ある特定の学習内容・活動に焦点を当てた課題を設計する際の拠り所となる、一般的で理論的および実践的に裏付けられた指針」(小松, 2023)であり、これを開発・構築することがプロジェクトの主

たる目的となっている。このように概念規定するとき、課題設計原理がデザイン研究の実践的目的に貢献することは明らかであろう。一方で、課題設計原理はデザイン研究の理論的目的にいかんにかんがって貢献するのだろうか。理論的目的への貢献とは、すなわち数学教育学の「理論」の構築に貢献することである。換言すれば、それは数学の指導・学習に関わる現象の理解や条件の解明を目的とする科学的な「研究」に貢献することである(宮川・真野, 2022)。しかしながら、デザイン研究における研究者の行為が理論的貢献を可能とするような課題設計原理をいかにして生み出すのかについてはまだ不明確な点が多い(Prediger, 2019)。こうした課題意識から、本稿では、課題設計原理を生み出す研究活動に注目し、いかなる研究活動がデザイン研究の理論的貢献を可能にするのかを明らかにすることを目的とする。

2. デザイン研究のプラクセオロジー

(1) プラクセオロジー

プラクセオロジーは、教授人間学理論(Anthropological Theory of the Didactic)の主要概念の一つであり、人間の様々な行為や知識をモデル化するものである(Chevallard, 2019)。それは「実践部(praxis)」と「理論部(logos)」の二つからなる。実践部は人間の行為やノウハウを記述し、人間が取り組む課題である「タスクタイプ(T: type of tasks)」とそれを解決する「テクニック(τ : technique)」からなる。理論部は行為の背後にある知識や理論を記述し、テクニックを選択・説明・正当化する「 θ : テクノロジー(technology)」と、そのテクノロジーを正当化する「 Θ : セオリー(theory)」からなる。

これまでプラクセオロジーという概念は幅広い文脈に適用されてきた。数学の内容や活動(数学プラクセオロジー)、その指導に関わる教師の活動(教授プラクセオロジー)をはじめ、数学教育学の研究者の活動(研究プラクセオロジー)にも適用されている(Artigue & Bosch,

2014)。そのため、筆者らは、デザイン研究に従事する研究者の活動もまたプラクセオロジーを用いてモデル化することが可能であると考えた(宮川・真野, 2022)。

(2) プラクセオロジーの分類

宮川・真野(2022)では、プラクセオロジーの視点からデザイン研究の仕組みや機能を明確にすることを目指して、デザイン研究のサイクルの中で展開する研究者の活動と教師の活動をそれぞれ研究プラクセオロジーと教授プラクセオロジーとしてモデル化し、それぞれの構成要素を検討した。本稿では、宮川・真野(2022)の検討に加え、Prediger(2019)によるresearch-based designとdesign-based researchの区別を考慮して、デザイン研究に関わるプラクセオロジーを次の3つに分類する(課題や授業の数学的側面は数学プラクセオロジーによってモデル化されるが、本稿では省略する)。

- 設計プラクセオロジー(designing praxeology: DsP)
- 研究プラクセオロジー(research praxeology: RP)
- 教授プラクセオロジー(didactic praxeology: DdP)

宮川・真野(2022)では、設計プラクセオロジーを教授プラクセオロジーの範疇の中で捉えたが、ここでは教授プラクセオロジーが教師の行為や知識をモデル化するものという本来の意味でとらえ、設計プラクセオロジーとはいったん切り離して考えることにする。というのは、デザイン研究におけるデザインはresearch-basedであり、(デザイン研究を背景としない)通常の授業に関わる教師の営みとは異なると考えられるからである。同様に、研究プラクセオロジーはdesign-basedであり、(デザイン研究を背景としない)通常の研究活動とは異なる点があると考えられる。しかし、3種類のプラクセオロジーは相互に関連しており、図1のように共通部分が存在すると考えるのが自然であろう(この共通部分がデザイン研究という方

法論を複雑にしている要因でもある)。

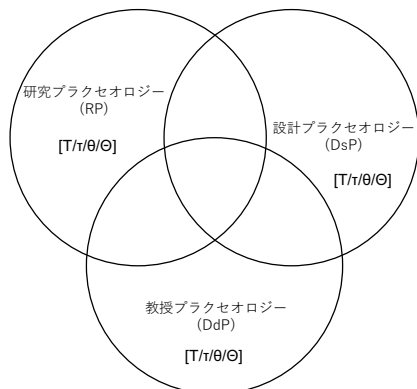


図1 デザイン研究に関わるプラクセオロジー

3. デザイン研究における理論要素と理論化

(1) 理論要素

Prediger (2019)はデザイン研究において構築される「理論」について、理論要素(theory elements)という概念を用いて考察している。氏によれば、理論要素は、カテゴリー的(categorical)、記述的(descriptive)、規範的(normative)、説明的(explanatory)、予見的(predictive)という5つの種類があり、それぞれ異なる機能と構造をもつ(表1)。

表1 理論要素の構造と機能 (Prediger (2019)をもとに作成)

理論要素	機能	構造
カテゴリー的	現象を識別するための言語や道具を提供する	記述カテゴリー、構成物、関係から成る概念的構造
記述的	ある現象を質的・量的に記述したり特徴づけたりする	存在(事実)、カテゴリー階層、頻度を示す命題
規範的	目的や根拠(rationale)を特定したり正当化した	目的とそれを達成すべき理由を結びつけ

	りする	る命題
説明的	記述された背景要因を特定したり説明したりする	原因—結果, 現象—背景, という構造
予見的	ある設計要素や構造的要素の効果を予測したり, 目的的な活動を裏付けたりする	“in-order-to”構造, “if-then”構造

また Prediger (2019) はそれぞれの理論要素の表現形式の例を次のように示している。なお、カテゴリー的要素には、「教授学的契約の概念」や「グラウンデッド・セオリーで生成される理論カテゴリー」が例としてあげられている。

- 記述的要素：“*M* has characteristics *C*” or “*M* can be *C1*, *C2*, or *C3*”, “Every *x* is also *y*”
- 規範的要素：“Students should acquire learning goal *x* because this is required for literacy aspect *y*”, “20% of students have the characteristics *C1* and 30% have *C2*”
- 説明的要素：“Phenomenon *x* occurs because of *y*”
- 予見的要素：“In order to reach aim *x* you are advised to do *y*”, “If you do *y*, you could reasonably expect *y*”

デザイン研究の実践的目的の視点からすれば、理論要素は、授業を設計する際の拠り所となるものである。このような理論要素の特定・生成はプラグマティックになされる(その際は課題や授業の設計の裏付けとして適切であるかどうか重要であり、実践上の必要に応じて修正・改良される)。一方、理論的目的の視点からすれば、理論要素は、数学の指導・学習に関する現象や条件を理解するもしくは説明する際に用いられるもので、それは「理論化」のプロセスの中で徐々に生じる(Prediger, 2019)。

(2) 理論化

Prediger (2019) は、ある研究プロジェクトを事例に、理論化の典型的な段階を理論要素との関連から整理している。その中で、設計原理に

関わる主な要素は予見的理論要素であり、少なくとも次のような 3 つの理論化の段階を経て作り上げられると指摘する。

- 関連づけ（記述的要素と説明的要素を関連づける）
- 変換（説明的理論要素を予見的理論要素のための推測へと変換する）
- 改良（限定を加えることで予見的理論要素を改良する）

詳細は省略するが、こうした理論化の段階を経て、様々な理論要素が洗練されていき、その成果がデザイン研究の理論的貢献となるのである。すなわち設計原理は、様々な理論要素（記述的、説明的、予見的）が洗練された結果として生成されていることがわかる。勿論こうした特徴づけはあくまで Prediger (2019) の研究事例に基づいており、“典型的”な段階ではあるものの、原理の導出に向けた理論化の経路はこれに限らないであろう。そこで、以下では理論要素と理論化の視点から、本プロジェクトにおける原理の導出を検討する。

4. 本プロジェクトにおける研究事例

本節では、第 10 回春期研究大会の課題研究で発表された本プロジェクトの取り組みの中から、実際に課題設計原理を開発した辻山・加藤 (2022) と中川 (2022) を取り上げて理論要素と理論化の段階を分析する。その上で、プラクセオロジーの視点から本プロジェクトにおけるデザイン研究の特徴を考察する。

(1) 辻山・加藤 (2022) の場合

辻山・加藤(2022)によれば、課題設計原理の開発の過程には次の三つの局面を含む。

1. 学習目標の設定、課題の設計、課題の実践、実践の分析に相当する活動を含む授業開発
2. 課題設計原理を設定し、第一のサイクルの分析から明らかになった問題点を解消するために原理を修正する取り組み

3. 修正した課題設計原理に基づく課題の設計と課題の実践

辻山・加藤 (2022) が開発した原理は下記の 3 つである。いずれも“in-order-to”構造をもつ予見的理論要素と捉えられ、理論化の段階を経て生じたものと理解できる。

- 原理 1：（仮定が曖昧な推測が生成されるようにするため）条件を意図的に曖昧にした求答問題から探究を始める
- 原理 2：（他の個別の場合の確認、証明の生成、不合理な図に即した証明の生成が行われるようにするため）仮定が曖昧な推測が成り立つかどうかを考えることを問題とする
- 原理 3：（推測の仮定を見直し、仮定の解釈に着目して推測と証明を洗練できるようにするため）不合理な図に即した証明における図と証明の間の不整合への着目を誘発し、推測の仮定の解釈を検討する必要性を喚起する

Prediger (2019)における「理論化の典型的な段階」をもとに、辻山・加藤(2022)における理論化の段階を特定すると、表 2 のようになった。なお、表 2 の最後の二段階（変換と改良）として記述した内容は、辻山・加藤(2022)の論文内では不可分であるが、前者は原理 3（の一部）となる要素を抽出する段階であるのに対して、後者は抽出された要素を原理 3 に組み込む段階であると解釈した。

表 2 は一つの試みであり、実際にはより多くの要素や段階が含まれる。なお、表 2 に含まれる「理論要素の例」は論文中から関連するテキストを抽出して示しているが、それぞれの定式化に関しては 3.1 節で述べた理論要素の表現形式をもとに検討する必要がある。

表 2 辻山・加藤(2022)における理論化の段階

典型的な段階		理論要素の例	
特定	ある現象を特定し、それを記述・説明するためのカテゴリーを作る	図形の求答問題の解決をもとに事柄と命題を生成し、本来かけないはずの図に即した証明を検討する活動	
改良	説明力を高めるためにカテゴリーを改良する	本来はかけないはずの点や線等の要素を、求答問題に付されている図と同じような形でかいた図	→ 不合理な図
関連付け	記述的要素と説明的要素を関連づける	「(不合理な) 図を修正した生徒が少なかった」(p.153), 「不合理な図に即した証明の検討において、図が不合理であることに焦点が当てられ、証明自体は妥当であること(仮に点 D がとれば同じ証明が適用できること)には焦点が当てられなかった」(p.153)	→ 「図が付された問題を用いた証明と論駁の授業で、図をかけるかどうかと、証明できるかどうかを区別できない(Komatsu et al., 2014)」(p.154)
変換	説明的(記述的)要素を規範的要素に変換する	(上記の記述的要素)	→ 「二つの問題点を解消し、図を修正することと証明を検討することを含めた数学的探究に、より多くの生徒が取り組み、かつその活動に個人ではなく教室全体で取り組んでいけるような課題を設計する」(p.153)
変換	説明的理論要素を予見的理論要素のための推測へと変換する	「この先行研究[(Komatsu et al., 2014)]の知見を中心とした検討に基づき、図の検討と証明の検討を分け」る (p.154)	→ 「図は不合理であるが証明は妥当である」という不整合への着目を誘発する」(p.154)
改良	限定を加えることで予見的理論要素を改良する	「(推測の仮定を見直し、仮定の解釈に着目して推測と証明を洗練できるようにするため)、不合理な図への違和感を顕在化し、推測の仮定の解釈を検討する必要性を喚起する」(原理 3)	→ 「(推測の仮定を見直し、仮定の解釈に着目して推測と証明を洗練できるようにするため) 不合理な図に即した証明における図と証明の間の不整合への着目を誘発し、推測の仮定の解釈を検討する必要性を喚起する」(原理 3 の修正)

(2) 中川(2022)の場合

中川(2022)の目的は、「課題設計原理の開発に関する研究を通じて、原理の設定の際に援用した先行研究に対して知見の提供が可能であることを例証すること」であった。ここで述べられている「先行研究に対する知見」は Prediger (2019)における理論要素として考慮できるものである。以下では、そのような知見がいかにして生成されたかに注目しながら論文

を解釈する。中川(2022)における課題設計原理は下記の3つであった。いずれも“in-order-to”構造をもつ予見的理論要素として捉えることができるものである。

- 原理 1: (証明の四つの側面を予想するため) 一つの命題とその証明をよんで、筋道図から本質的な条件と証明のアイデアを明確にし、それに基づいて同様に証明できる命題を探す機会を設ける。

- 原理 2：(予想した四つの側面が適切かを振り返るようにするため) 証明のアイデアと本質的な条件が同じ別の命題を与え、最初の命題に対する証明と同じ方法でそれを証明する機会を設ける。
- 原理 3：(よみとった四つの側面が洗練されるようにするため) 二つの証明を比較する機会を設け、よみとった四つの側面(筋道図、本質的な条件、証明のアイデア、

同様に証明できる命題)が洗練されるようにする。

これらの原理の導出に際して、種々の理論要素を特定することができる。表 3 は、中川(2022)における理論化の段階を例証した試みの結果である。表 3 では論文内で特に言及のあった原理 2 と 3 に焦点を当てている。前節で示した表 2 と同様に、表 3 の「理論要素の例」の表現方法に関しては検討の余地がある。

表 3 中川(2022)における理論化の段階

典型的な段階		理論要素の例		
特定	ある現象を特定し、それを記述・説明するためのカテゴリーを作る	図形の証明のよみから命題の発見につなげる活動		
改良	説明力を高めるためにカテゴリーを改良する	証明のよみ	→	証明のアイデアの明確化(側面 1); 筋道図の明確化(側面 2); 本質的な条件の明確化(側面 3); 同様に証明できる具体的な命題の発見(側面 4)
関連付け	記述的要素と説明的要素を関連づける	「定理の証明をしらべてみると、定理の結論を導く上に本質的な条件があって、仮定の条件は、その条件を導くための単なる十分条件の場合がある」(清宮, 1988)(p.158)	→	「証明から結論を導く本質的な条件を見出せば、証明方法の適用範囲を明確にできる」(p.158), 「本質的な条件の十分条件を仮定とする命題であれば同様に証明できるため、仮定がその十分条件と成り得る範囲にある命題は同様に証明できる」(pp.158-159)
変換	説明的要素を規範的要素に変換する	(上記の説明的要素)	→	「証明のアイデア、方法の把握から命題の発見へと活動をつなげる」(p.159)
変換	説明的理論要素を予見的理論要素のための推測へと変換する	(上記の説明的要素)	→	「一つの命題とその証明をよんで、筋道図から本質的な条件と証明のアイデアを明確にし、それに基づいて同様に証明できる命題を探す機会を設ける。」(原理 1), 「証明のアイデアと本質的な条件が同じ別の命題を与え、最初の命題に対する証明と同じ方法でそれを証明する機会を設ける。」(原理 2), 「二つの証明を比較する機会を設け、よみとった四つの側面(筋道図、本質的な条件、証明のアイデア、同様に証明できる命題)が洗練されるようにする。」(原理 3)
改良	限定を加えることで予見的理論要素を改良する	(原理 2, 3)	→	「暗黙裡に別の条件を仮定している場合には、本質的な条件を明確にできても、命題を見出せない」(p.163)

(3) プラクセオロジーの視点から

本プロジェクトにおいて課題を設計するという行為はDsP(設計プラクセオロジー)のタスクタイプである。課題の設計はDdP(教授プラクセオロジー)のタスクタイプにもなりうるが、デザイン研究における課題の設計はresearch-basedであり研究者の仕事でもある(あるいは研究者と教師の協働)。課題設計は教材の数学的背景や先行事例を検討するなど様々な方法で行われる。そうした教材分析の手法がDsPのテクニックである。その背後にあるものが課題設計原理であり、テクノロジーに相当する。そして、原理の理論的根拠(先行研究の知見等)がDsPのセオリーである。例えば、辻山・加藤(2022)の場合、Komatsu et al.(2014)の知見(及びその理論的背景としてのラカトシュ理論)がセオリーに相当する。

デザイン研究のRP(研究プラクセオロジー)としてのタスクタイプはその理論的目的を達成することであり、局所的理論を生成することである。本プロジェクトでは、課題設計原理が局所的理論を構成する理論要素に相当し、それを作り出すことが主たるタスクタイプとなっている。この理論要素は理論化の段階を経て次第に洗練されていた。そのような理論化の段階で施された操作がRPのテクニックである。例えば、中川(2022)の場合、特定→改良→関連づけ→変換→変換→改良という理論化の段階がみられた。この理論化の過程で、記述的要素や説明的要素が洗練されて原理(予見的要素の集まり)が導出されていた。表3の「関連づけ」の段階で生じた理論要素は、DsPのセオリーを背景として見ると見てもできる。原理の理論的根拠に支えられた理論要素が、理論化の段階を通して生成・洗練されていく様相は辻山・加藤(2022)の場合でもみられた。このようにデザイン研究はDsPとRPが密接に関連しながら進展するのである。

デザイン研究の理論的目的に貢献可能な課題設計原理は、このようなRPのテクニックに

よって生み出されるものである。こうした研究者の行為はデザイン研究という方法論に基づいており、それはRPのテクノロジーに相当する。しかし、デザイン研究の方法論や枠組みにも様々な種類があり(García, 2019)、どのような方法論を採用するかは、RPのセオリーによって異なる。本プロジェクトの場合は、「課題設計原理の開発に関する研究の枠組み」(小松, 2023)があるが、それは日本的な数学教育研究の特色を背景として考えると考えられる。

以上の考察を整理したものが表4である。各要素の記述はやや一般的に表現されているが、あくまで本プロジェクトの事例をもとに示している。(デザイン研究の)RPのセオリーに関しては本稿における分析や考察だけでは特定することが困難であったため空欄にしている。

表4 DsPとRPの構成

	DsP	RP
T	課題の設計	局所的理論(理論要素の集まり)の生成
τ	教材分析の手法	理論化の段階
θ	課題設計原理	デザイン研究(研究の枠組み)
Θ	原理の理論的根拠	

また、本プロジェクトで用いている「課題設計フォーマット」は課題設計原理の一つの定式化である(原理の要点+原理のねらい)。このフォーマットはresearch-basedなデザインの過程・所産をまとめるものでありDsPの要素と対応がつきやすい。このように本プロジェクトにおける研究者の活動はDsPの要素が前面に出ている点に特色があるといえるかもしれない。一方、「理論化の典型的な段階(例えば、表2、表3)はdesign-basedな研究の過程・所産をまとめるものであり、RPの要素との対応がつきやすいように思われる。

5. おわりに

本稿では、宮川・真野(2022)の続編として課題設計原理がいかにデザイン研究の理論的目的に貢献するかを検討した。本稿では理論要素と理論化の視点から研究事例（辻山・加藤，2022；中川，2022）を分析し、プラクセオロジーの視点からDsPとRPの構成を考察した。

このように本プロジェクトの取り組みを振り返ってみると、特にRPの構成は日本的な数学教育研究の特色を反映していることに気付かされる。それは宮川・真野(2022)でも触れた「開発」指向の研究パラダイムであり、そこでは「デザイン（開発）」の成果と「研究」の成果との区別を明確にすることは必ずしも容易ではない。そうした日本的な研究パラダイムは欧米のそれとは随分と異なっているように思われる。実際、デザイン研究（あるいは task design）は「開発」と「研究」の両方の性格をもつ方法論であるため、それが実施される各国の文化的背景の影響を受けやすい。本稿でしばしば参照した Prediger (2019)の論考も、‘Task design in mathematics education: a diversity of theoretical frameworks’ (García, 2019)をテーマとしたジャーナルの特集号の一つであり、ドイツの数学教育学研究の特色を反映しているであろう。このことはRPのセオリーに関連している。こうした仮説のもと、今後は、国・地域や文化圏によって異なる研究パラダイムの視点から本研究プロジェクトを客体化して捉え、数学教育学研究の多様性について考えたい。

引用・参考文献

Artigue, M., & Bosch, M. (2014). Reflection on Networking Through the Praxeological Lens. In A. Bikner-Ahsbals & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 249–265). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-05389-9_15

Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: an

attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71–114. <https://doi.org/10.24529/hjme.1205>

García, F. J. (2019). Introduction to ‘task design in mathematics education: a diversity of theoretical frameworks’. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 15, 1–4. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i15.264>

小松孝太郎 (2023). 学校数学における課題設計原理の開発に関する研究の枠組み. 日本数学教育学会誌数学教育, 105(1), 2–13.

Komatsu, K., Tsujiyama, Y., Sakamaki, A., & Koike, N. (2014). Proof problems with diagrams: An opportunity for experiencing proofs and refutations. *For the Learning of Mathematics*, 34(1), 36–42.

宮川健・真野祐輔 (2022). デザイン研究は‘研究’にいかに関与するか：プラクセオロジーの視点から. 第10回春期研究大会論文集, 165–172.

中川裕之 (2022). 学校数学における課題設計の開発の実際：証明のよみから命題の発見につなげる活動に焦点を当てて. 第10回春期研究大会論文集, 157–164.

Prediger, S. (2019). Theorizing in Design Research: Methodological reflections on developing and connecting theory elements for language-responsive mathematics classrooms. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 15, 5–27. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i15.265>

清宮俊雄 (1988). 改訂版幾何学：発見的研究方法. 科学新興新社.

辻山洋介・加藤幸太 (2022). 学校数学における課題設計の開発の実際：図形の求答問題をもとにした数学的探究に焦点を当てて. 第10回春期研究大会論文集, 151–156.