

世界探究パラダイムに基づく数学的探究の様相 —高等学校と大学における SRP の事例分析—

Description of Mathematical Inquiry within the Paradigm of Questioning the World:
A Case Study of SRPs in an Upper Secondary School and Colleges

袴田綾斗 高橋聡 濱中裕明
高知大学 梶山女学園大学 兵庫教育大学

要 約

本稿では「世界探究パラダイムと呼ばれる考えがもたらす新しい数学の指導・学習がどのようなものか」という問いにアプローチするために、高等学校および大学で行われた3つの数学的探究の様相を、教授人間学理論が提供するいくつかのモデルを用いて記述した。その結果、新しいパラダイムに基づく数学的探究において、1) 問いと答えの派生構造における自律的な答えの構成、2) 学習者の知的リソースの利用に関する判断責任の高まり、3) 存在理由を伴った知識の発生の促進、という3つの特徴が見出された。また、これらの現象の記述および特徴の発見は、モデルを用いる方法論の有効性や必要性を例証するものとなる。本稿では、見慣れない用語や記号を用いる教授人間学理論の方法論についても、取り上げた事例分析を踏まえて考察する。

キーワード：問と答えの往還，ミリュー，プラクセオロジー

1. はじめに

本稿の目的は、本課題研究のリサーチクエストのうち、「世界探究パラダイムがもたらす新しい数学の指導・学習が実際にどのようなものか」という部分に対して、高等学校と大学での実践事例の記述を通してアプローチすることである。教授人間学理論 (anthropological theory of the didactic, 以下 ATD) は、教授パラダイムの変換に伴った指導・学習のあり方、すなわち探究—ATD では

study and research paths (SRP) と定式化される—を捉えるために、様々なモデルを提案している。本稿では、それらのうちいくつかのモデルを用いて、各事例における探究の特徴を記述する。次章で示すように、ATD のモデルは、その言葉遣いや記号化の仕方においていくぶん「常識離れ」しているが、筆者らはこれを教授学 (didactics) の理論として必要不可欠な研究の姿勢であると考えている。このことについては考察で言及されるだろう。

2. SRP を記述するためのモデル

(1) 教授システム

ATD では、指導・学習が生じる場を教授システム (didactic system) というモデルで記述する。これは、学習者 (集団) X 、指導者 (集団) Y 、そして学習内容—ATD では教授争点 (didactic stake) と呼ぶ—の 3 つの要素で教授の場を捉えるものであり、特に、世界探究パラダイムのように問い Q が教授争点と見なされる場合には $S(X; Y; Q)$ と表される。SRP とは、この教授システムのメンバーが後述するミリューとの相互作用を経て、 Q に対する自分たちなりの答え (しばしば A° と表される) をつくり出す過程のことである。この過程を分析するためには、教授システムの動き (dynamic) やそれに伴うミリューの発展を記述する必要がある。以下で示すのは、その記述を行うためのツールである。

(2) Q-A マップ

SRP のもつ最も基本的な構造に「問いと答えの往還 (dialectic)」があり、ATD ではその往還の派生関係を樹形図のように表す Q-A マップと呼ばれる図式を探究記述法の 1 つとして用いる (Winsløw, Matheron, & Mercier, 2013)。本稿の Q-A マップの分析では、問いと答えの往還の中でも、とりわけ答えの構成のされ方に注目して分析を行う。この作業によって、従来の作品訪問パラダイムにおける学習と世界探究パラダイムにおける SRP との差異が明らかになると期待される。

(3) ミリュー

世界探究パラダイムでは「使えるものは何でも使う」という態度の育成を目標の 1 つとしている。したがって、探究の特徴を明らかにするためには、どのような知識や道具を用いたのかを捉えることが必要である。ATD では、教授システムが働きかけたり利用したりする物事をミリュー (milieu) と呼ぶ。ミリューは多種多様なリソースを含むが、その機能によって 4 つに分類されている。関連する既

成の答え A_i° 、様々な作品 W_j 、派生する問い Q_k 、実験に基づくデータ D_l である。SRP におけるミリューの発展の仕方を捉えることで、その探究の特徴を明らかにすることができる。と期待される。

(4) プラクセオロジー

プラクセオロジーとは、人間の活動と知識を密接不可分なものと捉えて 1 つの分析単位でモデル化したものである。そして、その活動／知識の実践的な側面は「それがどのような課題 (タスクタイプ) への取り組みで、どのような方法 (テクニック) を用いているのか」を捉えることで記述できるとし、理論的な側面は「テクニックの妥当性がどのように説明 (テクノロジー) され、その説明の背後にどのような正当化の原理 (セオリー) があるか」によって記述できるとする。上記のうち、前者 2 つをプラクセオロジーの実践部分、後者 2 つを理論部分という。本稿では、プラクセオロジーを用いた、知識の存在必要性の分析に用いる方法論に焦点を当てる。

3. 高等学校における数学的探究

(1) 設定

ここでは、高等学校で実践された SRP について取り上げ、ATD のもつ探究過程の記述方法の妥当性について方法論的考察を行う。この実践の場となる学校はスーパーサイエンスハイスクールに指定された高等学校であり、SRP は学校設定科目「課題研究」において約 1 年半に渡って展開された。課題研究では週に 2 時間程度の活動時間が確保されており、生徒は活動時間中には図書室での資料収集やインターネットに接続された PC での情報検索などを随時行うことができた。以下、高等学校 2 年生の生徒 4 人からなるグループ X 、担当教員 y (本稿の第一著者)、そして、 X が取り組んだ最初の問い Q_0 からなる教授システム $S_1 = S(X, y, Q_0)$ について、その探究の様子を Q-A マップによって記述し、その中で生じ

た特徴的な現象の考察を行う。

課題研究においては、活動の当初に担当教員のアドバイスを受けながら生徒自身がリサーチクエスチョンを設定することになっていた。 S_1 においては、活動に先立って y からグラフ理論に関する話題提供があった。例えば、グラフの一筆書きに関連するケーニヒスベルクの橋の問題や、チェスの駒を題材にした、グラフにモデル化して考えると容易に解けるような問題などが紹介された。これを受けて、 X はグラフの一筆書き可能性の話題に興味をもち、それを発展させた「どのようなグラフが二筆書き可能か」という問いを Q_0 として設定した。

(2) 展開された SRP

X は最初の問い Q_0 に対して、実際に二筆書きが可能であるようなグラフをかくて実験することにより、帰納的に「グラフが二筆書き可能である $\Leftrightarrow$ 奇点がちょうど 4 つである」という予想を導いた ($A_0^\heartsuit$)。予想は容易に立てることができたが、一方でそれを数学的に証明することは難しかったため、 y から「一筆書きの定理の証明をフォローしてみよう」と提案がなされた。この提案を受けて X は「一筆書き可能なグラフに関する定理をどのように証明するか」という問い (Q_1) に取り組み、学校の図書室にあった数学の専門書からオイラーグラフに関する定理の証明を見つけ、それを読解した ($A_{1.1}^\diamond$)。ここで、オイラーグラフに関する定理とは「グラフが一筆書き可能であり、その一筆書き経路の始点と終点が一致する $\Leftrightarrow$ グラフが奇点をもたない」という命題のことである。また、 X はオイラーグラフではないが一筆書き可能であるグラフ、すなわち準オイラーグラフについて「準オイラーグラフである $\Leftrightarrow$ 奇点がちょうど 2 つである」という定理の主張を知っていた ($A_{1.2}^\diamond$)。 $A_{1.1}^\diamond$ が記載されていた書籍には準オイラーグラフに関する定理の証明が触れられていなかったため、 X は $A_{1.1}^\diamond$ の証明方法を参考にして自分

達でその証明を構成した。そして、再びこれらの証明方法を参考に、 X は予想として挙げていた $A_0^\heartsuit$ の証明を構成した。

X は最初の問い Q_0 に対して $A_0^\heartsuit$ という答えを得たが、探究を終えずに次の問い Q_2 を立てて探究を続けた：どのようなグラフが n 筆書き可能か。この問いに対しても、いくつかの具体的なグラフをかくて実験することにより、また、一筆書きや二筆書きの場合から類推することによって、 X は「 n 筆書き可能である $\Leftrightarrow$ 奇点がちょうど $2n$ 個である」という予想を立てた ($A_2^\heartsuit$)。当初は y もこの命題の証明が構成できるかは不明であったが、 $A_0^\heartsuit$ の証明方法を参考にして数学的帰納法を用いることにより、証明を完成させることができた。図 1 はこの SRP における問いと答えの派生構造を図示したものである。

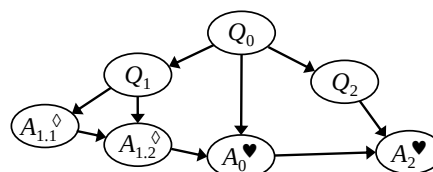


図 1 : S_1 による SRP の Q-A マップ

上記の Q-A マップは S_1 の自律的な探究の過程の全体像を簡潔かつ如実に示している。もしも Q-A マップを用いず、探究過程を時系列にそって記述したとすれば、どの問いがどの結果から生じ、どの問いがどの数学的結果の存在理由となったかが不明確となろう。

(3) 特徴的な現象

ここでは、 S_1 による SRP がどのような特徴をもっていたのかを、探究における基本ジェスチャー (Chevallard, 2019; cf. 宮川・濱中・大滝, 2016) の視点から記述しよう。SRP では最初の問いや派生する問いに対して様々な答えが発見・構成される。基本ジェスチャーとは、この様々な答えを自律的につくっていくために探究者によってなされる行為を次の 5 つにまとめたものである： $A^\diamond$ の観察—書籍

などのメディアにある情報を調べミリューに加えること； A° の分析—ミリューに加えた A° を実験や理論的考察によって理解すること； A° の評価— A° が探究に利用できるものかどうかを判断すること； $A^\heartsuit$ の開発—問いに対する探究者自身の答えを構成すること； $A^\heartsuit$ の擁護と例証— $A^\heartsuit$ の正当性を示すこと。

S_1 によるSRPでは、5つの基本ジェスチャーがすべて生じていた。いずれも、作品訪問パラダイムにおける学習ではほとんど見られない行為であるが、このSRPにおいて特に特徴を示しているのは、「評価」のジェスチャーが探究を促進していたことである。すなわち、 $A_{1,2}^\circ$ の分析、 $A_0^\heartsuit$ と $A_2^\heartsuit$ の開発および擁護・例証にあたって、 X は既知の答えを評価し、その答えがどのように利用できるかを考察することで探究を進めていた。これは、 X が自らミリューに加えた要素との相互作用を通してSRPが展開されていたことを意味する。作品訪問パラダイムにおいてよく見られる調べ学習的な「探究」とは大きく異なる特徴といえるだろう。

4. 大学における数学的探究

(1) 「海賊の財宝探し」を題材としたSRP

① 設定

大学における数学的探究の1つ目の事例として、私立大学の4名の学生（3回生）によるSRPの実践を取り上げる。このSRPは、数学教師を志望する学生を対象とした数学の授業の中で、計450分（90分×5回）を掛けて実践された。いずれの時間においても、学生はそれぞれにインターネットに接続されたノート型PCを利用することができた。活動の当初に担当教員（本稿の第二著者）は次の「海賊の財宝」の問題場面を提示し、「海賊たちは財宝を見つけることができるだろうか」という最初の問い Q_0 を提示した：

海賊が莫大な財宝を一時的に隠すために、ある無人島にやってきた。この島には2つ

の大きな岩（A，B）と大きなヤシの木が1本だけ生えており[...]。この海賊は、まず、ヤシの木から岩Aまで歩き、Aに着いたら90度右に向きを変え、Aまで歩いてきた距離と同じ距離だけ進んで杭を打った。次に海賊は、再びヤシの木の位置まで戻り、今度はヤシの木から岩Bまで歩き、Bに着いたら90度左に向きを変え、Bまで歩いてきた距離と同じ距離だけ進んで杭を打った。最後に海賊は、この2つの杭の真ん中の位置に財宝を埋め、2本の杭を抜いて帰ったのであった。数年後、この海賊は埋めた財宝を掘り返しにやってきた。ところが、その無人島には無数のヤシの木が生え、草木が生い茂っていたのである。幸いにも、2つの大きな岩A，Bは昔のままの状態が残っていた [...]

活動を始めるにあたって、担当教員から2点A，Bだけが書かれたプリントが配布され、ヤシの木の位置を適当に定めて図をかくてみるよう指示がなされた。その後、探究活動はグループではなく個々の学生によって進められ、担当教員は進度に応じて適宜アドバイスをを行った。また、「探究のルール」として、インターネットでの検索を自由に行ってよいこと、また、最初の問いをより深い探究の入口として新たな問いを設定すること、などが共有された。以下では、ある学生 x と担当教員 y 、そして Q_0 からなる教授システム $S_2 = S(x, y, Q_0)$ に焦点をあててSRPの様子を記述する。記述にあたってはミリューについて、特に作品 W の現れ方に着目し、その特徴を明らかにする。

② 展開されたSRP

x はいくつかの実験から財宝の位置がヤシの木の位置に依らないことを見出し、それを特殊な場合で証明しようと「ヤシの木が線分ABの垂直二等分線上にある場合はどうか」という問いを立てた（ Q_1 ）。この問いに対して、 x は図をかくことを通して、直角二等辺

三角形の性質 (W_1) によって財宝の位置を説明することができそうだと予想を立てた。また、 Q_1 を解決するだけでは Q_0 を解決したことにはならないため、 x は続けて「ヤシの木から直線 AB に下ろした垂線が AB を内分／外分しているとしたらどうか」という問いを立てた (Q_2)。ここでは、ヤシの木の位置を一般的に表現する仕方として、内分／外分 (W_2) という幾何的な性質が用いられている。 Q_2 の自力解決が難しそうだと見取った y は、パラメータを用いたベクトルの式で問題状況を表現してみることを提案した。これにより、内分／外分を $m:n$ のように文字で表して処理することができるためである。しかしながら、 x はこの方法を利用することはなく、ヤシの木や杭を表す点から直線 AB に垂線を下ろし、平行線の性質 (W_3) を用いることで、合同な三角形の組をいくつか見出した。そして、合同な三角形の性質 (W_4) を利用することによって、「財宝は、 AB を斜辺とする直角二等辺三角形の頂点の位置にある」ということを証明した。

次いで x は、新たな問いとして「曲がる角度が 90° でないときはどうなるか」(Q_3) や、それを焦点化した「 A 、 B で曲がる角度がそれぞれ 35° と 145° ならどうなるか」(Q_4) を立てて探究を続けた。ここで、手書きでの図示が難しいと判断した y から「ネットに便利なソフト、あるんじゃないの」とアドバイスされ、 x は動的幾何ソフト GeoGebra (W_5) をダウンロードして利用し始めた。そして、GeoGebra で図形を操作する中で「曲がる角度の和が 180° のときに財宝は定点になる」ことを予想し、ヤシの木が直線 AB 上にある場合について、円周角の定理の逆 (W_6) や平行四辺形の性質 (W_7) を利用して予想を証明 ($A^\heartsuit$) した。

以上のように、 S_2 による答え $A^\heartsuit$ は、主に初等幾何に関する知識および動的幾何ソフトという作品によって構成されたといえる。

③ ミリューの特徴とさらなる問いへの示唆

S_2 によって展開された SRP は、ミリューの発達の仕方において特徴をもつものであった。この発達の仕方について、ATD の理論的視点からの考察を示すことで、その記述性を確かめておこう。まず注目されるのは、ミリューが「自給自足」で発達したこと、すなわち、インターネット等のメディアを参照することがあまりなかったことである。また、これと関連して、ミリューとして用いられた作品(知識)が、初等幾何の領域内のものであったことも特徴的である。上述のように、 x は y の提案よりも、初等幾何を用いた“自力解決”にこだわりを見せた。これは、世界探究パラダイムにおける探究の特徴といえる。なぜなら、作品訪問パラダイムでは、「学ばれるべき知識」があらかじめ定められており、教師から出されるヒントは学習者の探究(学習)の方向性を支配してしまうものだからである。当然ながら、自力解決へのこだわりの理由には、学生の既有知識や「数学の問題を解くのにインターネット等は使わない方がよい」という態度なども含まれよう。しかし、新しいパラダイムにおける知識観が x 自身の「探究の責任」を高めていたことは確かである。でなければ、 x の探究はベクトルに関する作品をミリューに加えていたはずである。このように、生じた教授現象の原因を探ることは ATD において最も重要な研究作業になるが、これについては本研究課題の別稿で詳述することにしたい。

(2) 群論概念に関する目的付けられた SRP

① 設定

ここでは、国立大学の3年生3名を対象に、本稿の第三筆者が担当教員として行ったゼミ形式の実践を取り上げる。この実践は上記の2つとは異なり、学生に学ばせたい知識として、群論に関する基本的な概念や性質が設定されていた。このような SRP は、目的付けられた (finalized) SRP と呼ばれる。この目的付

けられた SRP がねらいとしていたのは、作品訪問パラダイム下の典型的な現象である「知識の存在理由 (*raison d'être*) の消失」を、群論の基礎的な知識の構成において防ぐことであった。しかし、知識の存在理由の発生、顕在化をどのように理論的に分析すればよいのか。この点についても、ATD の分析手法は示唆を与え得る。ここでは、ATD のプラクセオロジーという理論的構成物がどのようにその役割を果たすのかをこの事例をもとに明らかにしたい。知識が存在理由を伴って構成されている状況とは、当該の知識がある活動において目的達成のための道具として構成されている状況である。ATD においては、これはプラクセオロジーの観点から次のように言い換えられる。すなわち、生徒にとって取り組む価値があるタスクのテクニックとして知識が用いられ、あるいはそのテクニックを支える理論部分として機能したりしているとき、その知識には存在理由があると言える。

存在理由を伴った群論の基礎知識の構成のために、ここで取り上げる実践では「カードの並べ替えパズル」が題材として用いられた。これは、群論の基礎として、代数的対象としての対称群やその部分群、および生成元や剰余類別などの概念の発生を射程とした題材であり、その基本形は次のようなタスクタイプ T としてまとめられる：

1 から n までの数が 1 つずつ書かれた n 枚のカードが一行に適当な順序で並んでいる。与えられた基本操作（カードの入れ替え）のみを用いて、できる限り少ない操作回数でこれを数の大きさの順に並べ替えよ。最初に学生に提示されたタスク t_1 は 3 枚のカードからなり、1 枚目と 2 枚目および 2 枚目と 3 枚目を入れ替えるという 2 つの基本操作が与えられたものであった。表 1 は、7 回の授業の中で順次提示されていたタスクの一覧である。なお、表中の「基本操作」は巡回置換の表記方法を用いて表されているが、

実際にはパズルの問題は具体物や絵図を用いて提示されており、群論の知識や用語を前提せずに取り組めるものであった。すなわち、群論の“外部”にある「カードの並べ替えパズルを解く」というタスク（目的）のために、群論の基礎的な知識がテクニックやテクノロジー・セオリーとして一存在理由を伴って一発生する状況がねらわれていたのである。

表 1：授業で提示されたタスク

タスク	枚数	操作
t_2	4	(1, 2), (2, 3), (3, 4)
t_3	3	(1, 2), (1, 2, 3)
t_4	4	(1, 2, 3), (2, 3, 4)
t_5	4	(1, 3), (1, 2, 3, 4)

② 展開された SRP と知識の発生の特徴

授業の中では、 T を解くために大きく 2 つのタスクタイプが派生した。1 つは T の解決のためのテクニックから派生したものであり、「基本操作の合成で出来る操作の全体像や操作間の関係性を表現する」(T_1) というものである。もう 1 つは T を解く中で（ここには T_1 への取り組みも含まれる）発生した新たな現象を理解するための「ケイリーグラフの分離現象を理解し説明する」(T_2) というものである。まず、学生たちは t_1 や t_2 , t_3 を解くにあたって、自然発生的に図 2 左のような数学的にはケイリーグラフと呼ばれる図をかいた。

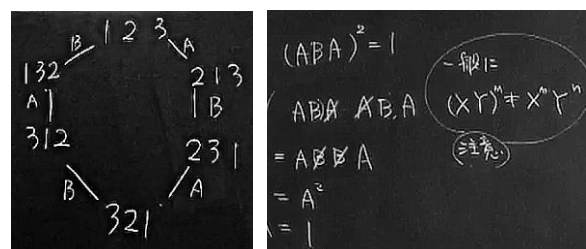


図 2：ケイリーグラフと代数的表現

この「ケイリーグラフの描画」という T に対するテクニックは、操作の合成やその関係性へと学生の注意を移行させることにつながり、図 2 右のような操作の代数的表現を定義

する活動 (T_1) を促した。また、この表現を通して、合成の非可換性が意識されたり単位元・逆元の存在といった群論の基礎概念が生じたりした—これらは T についてのテクノロジーやセオリーの要素である。当然ながら、代数的表現の仕方や群論の諸概念をすべて学生が定義・定式化したわけではなく、そこには教員による介入もあった。しかしながら、その定義・定式化する活動は、外的なタスクタイプ T への取り組みから派生しているため、教師の介入が、発生した概念の知識としての存在理由を消失させることはなかった。

タスク t_4 , t_5 を解く際にも、これまでの活動で構成されてきたプラクセオロジーが活用された。学生たちはケイリーグラフをかき、操作の関係性を代数的に表現して整理しようとした。これまでのタスクと異なるのは、そこで現れるケイリーグラフが分離すること、すなわち連結成分が複数になることである。この現象を見出した学生は、派生したタスクタイプ T_2 への取り組みへと向かった。分離現象を理解し説明するためには、生成元や部分群などの概念が必要である。上記と同様に、初めからこれらの概念を用いるわけではなく、学生は自分たちなりの言葉で現象の説明を試み、そして、教員とのやりとりを経て数学的な表現を定式化していった。例えば、教員からこれまでのタスクとの相違を尋ねられると、学生は「与えられた基本操作ではつくれない操作がある」という旨を述べた。ここから「与えられた基本操作とその逆操作の有限回の合成では表すことができない」という表現が定式化され、生成元の定義へとつなげられた。また、続けて既習であった同値関係や商集合などの概念も使い、部分群および部分群による剰余類別の概念も定式化されていった。このように T_2 への取り組みは、生じた数学的現象の理解や説明のためといった必要性のもとで、対称群における群論の諸概念—これらも

T の理論部分の要素である—の発生を促した。

5. 総合考察

世界探究パラダイムに基づく数学の指導・学習は、どのような探究活動を生じさせるか。本稿ではこの問いへのアプローチとして、高等学校と大学で行われた3つのSRPについて、異なるモデルを用いた記述をおこなった。それぞれの事例において、従来の作品訪問パラダイムにおける学習との相違、探究において用いられた知識の特徴、そして、存在理由を伴った知識の構成といった現象を記述した。ここでは、このようなモデルを用いるATDの方法論の意義について考察する。

「どのような」に答えるためには、「何をもって『どのような』が捉えられるとするのか」ということを規定する必要がある。なぜなら、複雑な現実事象 (fact) の素朴な観察による記述は、「何を見るか」という点ですでに暗黙的で支配的な認識論に従ってしまっており、明らかにしたいはずの事象の本性を隠してしまう可能性があるからである。これに対してATDでは、その事象の科学的な理解を得るために、「教授システム」「ミリュー」「プラクセオロジー」などの常識的ではない用語を用いてモデルをつくり、記号を用いて定式化する。このようなモデルによって記述されたものは事象と区別されて教授現象 (phenomenon) と呼ばれ、モデルによる現象の記述によって「どのような」が捉えられるとするのである。その見慣れない用語や記号から、ATDの方法論は一見すると分かりにくいと取られるかもしれない。しかし、重要なのは表記ではなく、それによって可能になる教授現象への科学的な見方であり、知見の共有・蓄積である。以下では、モデルを用いるATDの方法論がどのような議論を可能にしたのかを、各事例をまとめながら改めて考察しよう。

Q-A マップによる問いと答えの往還構造の記述は探究の全体像を捉えるのに有用であり、

また、探究の基本ジェスチャーによる答えの形成過程の分析は、高校生の探究が自律的なものになっていたという質的な評価を可能にした。「海賊の財宝探し」を題材にした大学生の事例では、ミリューの発展の仕方の記述、特に、その要素である作品の種類や用いられ方に注目した記述により、当該の探究において生じた知識が初等幾何の領域内にあるものだという特徴付けを行った。また、この事例では GeoGebra というツールの用いられ方も特徴的であった。この作品がミリューに加えられると、それまでは完全に「自給自足」であったミリューが GeoGebra との相互作用により豊かになり、探究が促進されていった。このようなソフトウェアを含む教具の機能は、ミリューの観点から分析することでより明確にできるだろう。最後の「カードの並べ替えパズル」の事例では、ATD のモデルの中でも最もよく知られていると思われるプラクセオロジーを用いて、数学外のタスクタイプから群論概念（テクノロジーやセオリーの要素）を要請するタスクタイプが派生する様子を捉えた。このように、プラクセオロジーによる記述は、当該の活動で発生する知識の機能を分析することを可能にする。

本稿では、世界探究パラダイムの下で展開される探究の様相を、ATD の提供するいくつかのモデルを用いて記述し、その特徴を明らかにするとともに、それらのモデルの必要性や有用性を議論した。しかし、取り上げた事例はすべて数学という 1 つの学問分野の中の、さらにまた 1 つの領域（グラフ理論、初等幾何、群論）の中での探究であった。高等学校と大学の段階における、より広く開かれた探究の様相とその可能性を探る必要もあるが、これについては今後の課題としたい。

付記

本研究は、JSPS 科研費 (No. 17H02694) の助成を受けている。また、本稿の第 3, 4 章は

それぞれ Takahashi et al. (accepted), Hamanaka et al. (accepted) で報告された事例について、ATD の理論的視点およびその方法論の妥当性に関する考察を加えまとめたものである。

引用・参考文献

- Chevallard, Y. (2019). Toward a scientific understanding of a possibly upcoming civilizational revolution: Conditions of emergence of a newly principled school pact. In lectures at the *Intensive research programme: Advances in the anthropological theory of the didactic and their consequences in curricula and in teacher education*. Barcelona, Spain.
- Chevallard, Y. with Bosch, M. (2019). A short (and somewhat subjective) glossary of the ATD. In M. Bosch, Y. Chevallard, F. J. García, & J. Monaghan (Eds.), *Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education: A comprehensive casebook*, xviii–xxxvii. London: Routledge.
- Hamanaka, H., Otaki, K., & Hakamata, R. (submitted). Introducing group theory with its *raison d'être* for students. *Third conference of the international network for didactic research in university mathematics (INDRUM2020)*.
- 宮川健・濱中裕明・大滝孝治 (2016). 世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動 (1) 一理論的考察を通して一. *数学教育学研究*, 22(2), 25-36.
- Takahashi, S., Hakamata, T., & Otaki, K. (accepted). Possibility of the pirate's treasure problem for teaching elementary geometry. *Proceedings of the international congress on mathematics education (ICME14)*.
- Winsløw, C., Matheron, Y., & Mercier, A. (2013). Study and research courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 267–284.